Fig. 235. tié de l'arc $FEef = q$; ſoit tiré du point C la ligne CQ parallele à GI. Il n'eſt pas néceſſaire dans la pratique de faire cette opération, comme on le verra dans la ſuite, mais il faut la ſuppoſer faite pour réſoudre le problême par analyſe.

Le poids q multiplié par CF exprime l'effort de la peſanteur de la moitié de l'arc $FEef$, ſuivant la direction oblique CF. Cet effort $q \times CF$ ſe décompoſe en deux autres, dont l'un eſt horiſontal ſuivant FQ, & l'autre vertical ſuivant CQ, parce que CF peut être regardée comme la diagonale d'un parallelograme dont FQ & CQ ſeroient les côtés. Il ſe décompoſe de façon que l'effort total $q \times CF$ au point F, doit être égal à l'effort horiſontal & à l'effort vertical pris enſemble & réunis au même point F, & que ces trois efforts doivent être entre eux comme les lignes CF, FQ, CQ.

Ces deux conditions ſont remplies en exprimant l'effort total par $q \times CF$, l'horiſontal par $q \times \frac{\overline{FQ}^2}{CF}$, le vertical par $q \times \frac{\overline{CQ}^2}{CF}$, où l'on voit que ces trois efforts conſervent le rapport demandé, & que l'effort total eſt égal aux deux autres, à cauſe du triangle rectangle CQF qui donne $\overline{CF}^2 = \overline{FQ}^2 + \overline{CQ}^2$. Mais les triangles ſemblables FQC, FIG, donneront CF, FQ, CQ = GF, FI, IG; mettant donc à la place de CF, FQ, CQ, leurs proportionnelles GF, FI, IG, les expreſſions précédentes deviendront $q \times GF$. $q \times \frac{\overline{FI}^2}{GF}$. $q \times \frac{\overline{GI}^2}{GF}$, dans leſquelles les mêmes relations ſont obſervées.

A préſent ſi l'on conſidere que l'effort horiſontal, agiſſant contre le levier LF au point F pour le faire tourner ſur le point L du côté de Z, eſt appliqué au bras du levier LZ, ſon énergie ſera $= q \times \frac{\overline{FI}^2}{GF} \times LZ = q \times \frac{a^2}{d} \times h = \frac{a^2 qh}{d}$. Cette énergie tend à renverſer le piédroit. L'effort vertical au contraire tend à affermir le piédroit, & agiſſant en F pour faire tourner le levier LF ſur le point L du côté de M, il eſt appliqué au bras du levier LM; ſon énergie ſera donc $q \times \frac{\overline{GI}^2}{GF} \times LM = q \times \frac{b^2}{d} \times x = \frac{b^2}{d} qx$. La différence de l'effort horiſontal, qui renverſe le piédroit, à l'effort vertical qui l'aſſure, eſt donc préciſément la

force reſtante pour agir contre le piédroit ; cette force eſt $\frac{a^2qh}{d}-\frac{b^2qx}{d}$. Le piédroit pour lui réſiſter oppoſe ſon effort, & cet effort eſt égal au produit de ſon poids par la perpendiculaire abaiſſée du point L ſur la direction du centre de gravité ; il eſt donc $hx \times \frac{1}{2}$ LM $= \frac{1}{2}hx^2$. Pour entretenir l'équilibre, l'effort du piédroit doit être égal à celui qui lui eſt contraire, d'où réſulte cette équation $\frac{1}{2}hx^2 = \frac{a^2qh}{d}-\frac{b^2qx}{d}$. Multipliant l'un & l'autre membre par 2, & tranſpoſant pour l'ordonner, elle devient $hx^2+\frac{2b^2}{d}qx=\frac{2a^2qh}{d}$. Diviſant par h, elle eſt $x^2+\frac{2b^2qx}{hd}=\frac{2a^2q}{d}$. Ajoutant de part & d'autre le quarré de la moitié du coefficient du ſecond terme, elle ſe change en $x^2+\frac{2b^2qx}{dh}+\frac{b^4q^2}{d^2h^2}=\frac{b^4q^2}{d^2h^2}+\frac{2a^2q}{d}$, dont la racine eſt $x+\frac{b^2}{dh}q=\sqrt{\frac{b^4}{d^2h^2}q^2+\frac{2a^2q}{d}}$.

Cette formule enſeigne qu'il faut prendre la ſurface de l'arc FEef, multiplier ſa moitié par la quatrieme proportionnelle à FG & à GI, diviſer ce ſecond produit par le quarré de la hauteur du piédroit, ajouter ce quotient au produit formé ſuivant la premiere regle, tirer la racine quarrée de cette ſomme, & enfin retrancher de cette racine le produit de la ſurface de la moitié de l'arc FEef, par la quatrieme proportionnelle à FG & à GI diviſé par la hauteur du piédroit. Ce qui reſte eſt l'épaiſſeur qu'il faut donner aux piédroits d'une voûte à plein-ceintre, dont les vouſſoirs ſont en nombre impair.

Si l'on fait attention à la conduite que l'on a tenue pour réſoudre ce problême, on remarquera aiſément que l'on a décompoſé l'effort total de la voûte ſur le point où ſe fait l'ouverture aux reins en deux autres, dont l'un eſt horiſontal & l'autre vertical ; que l'horiſontal ſe fait ſuivant FI, ligne compriſe entre le point de rupture & la verticale abaiſſée de l'extrémité de la clef, que le vertical ſe fait ſuivant GI, ligne verticale abaiſſée de l'extrêmité de la clef juſqu'à la rencontre de l'horiſontale ; que ces deux efforts ſont comme les deux lignes FI, GI, & enfin que l'effort horiſontal tend à renverſer le piédroit, & le vertical à l'affermir.

Corollaire I.

D'où il suit, 1°. que plus la clef est large moins la poussée de la voûte est grande ; parce que dans ce cas la ligne FI diminue plus à proportion que la ligne GI, c'est-à-dire, que l'effort horisontal devient moindre à proportion que le vertical.

Corollaire II.

2°. Que la pesanteur de la voûte, la clef, la distance & la hauteur des piédroits restant les mêmes, l'effort horisontal ne change plus, puisqu'il n'y a que le vertical qui varie selon que la voûte differe plus ou moins de celle en plein-ceintre, c'est-à-dire selon que l'arc est surbaissé ou surhaussé ; & que dans les surbaissés l'effort vertical qui agit pour le piédroit étant moindre, les piédroits demandent plus d'épaisseur, & au contraire les surhaussés en demandent moins.

Le défaut d'explication de l'énoncé de la regle de M. Danisy ayant donné occasion de chercher la route qu'il avoit pu tenir pour venir à sa construction, on a trouvé qu'on ne le pouvoit que par un faux raisonnement, qui donnoit $\overline{LM} = q \times \frac{FI}{2FG}$, dont la racine quarrée, qui est $LM = \sqrt{q \times \frac{FI}{2FG}}$, donne précisément cette construction ; mais on a vu ci-devant qu'on ne doit pas penser que ce soit par inadvertence, mais parce qu'il a supprimé l'effort vertical du piédroit, pour qu'il en résultât une plus grande épaisseur.

De la poussée des voûtes composées, & de plusieurs simples qu'on peut considérer comme composées.

Les auteurs qui ont travaillé à résoudre le problême de la poussée des voûtes, n'ont fait attention qu'à celle des berceaux & des platebandes, c'est-à-dire aux cylindriques & aux planes, sans faire aucune mention de celle des autres especes dont les surfaces intérieures sont de différentes figures simples, comme les sphériques, sphéroïdes, coniques, annulaires & hélicoïdes ; ni aux voûtes qui sont composées de plusieurs portions des corps simples, rassemblées sous différens angles,

angles, & suivant différentes directions, ce qui méritoit cependant d'être mis en question, parce que les berceaux simples ne sont pas les voûtes les plus usitées dans les bâtimens civils. Je vais tâcher de suppléer à cette omission, autant qu'il est nécessaire pour la pratique, en rapportant toutes sortes de voûtes aux cylindriques par des conséquences tirées de la spéculation & de l'expérience. Quoiqu'il soit du bon ordre d'aller du simple au composé, j'examinerai les voûtes composées avant les simples, parce que je dois considérer les simples comme composées de petites parties cylindriques, semblables à celles des voûtes d'arête & en arc de cloître.

De la poussée des voûtes d'arête.

Une voûte d'arête (comme nous l'avons dit au commencement de ce 3e tome) est un composé de deux surfaces de demi-cylindres : APBD dont le ceintre est A *h* P, & ADBP dont le ceintre est PHB, qui se croisent sur une même hauteur d'imposte & de clef, ce qui forme quatre portions de cylindres séparées par les arêtes de leurs intersections, & l'on sous-divise encore chacune de ces portions en deux parties égales qu'on appelle *pandantifs*; nous appellons *travée* cet assemblage de huit pandantifs, dont les deux contigus en retour font un quart de travée. Plan. 112, *Fig.* 244.

Si l'on considere chacun de ces pandantifs à part comme un triangle cylindrique dont l'axe est horisontal, & qui est appuyé sur une de ses pointes posée sur un pilier que nous appellons piédroit; il est clair que l'effort de sa pesanteur qui pousse le piédroit se fera suivant l'arc elliptique qui seroit la section de ce triangle cylindrique par son centre de gravité. Ainsi considérant cette surface courbe dans sa projection *m* PC, ou MPC, on divisera le côté droit & horisontal *m* C, ou MC, en deux également en *n*, ou en N; la poussée du pandantif sur le piédroit *b* P *a x* se fera suivant cette direction *n* P. D'où il suit que pour trouver la direction de la poussée commune aux deux pandantifs joints ensemble & appuyés sur le point commun P, il faut prolonger les directions *n* P en *q* & NP en *r*, chercher l'épaisseur du piédroit qui convient au ceintre & à la charge de l'arc elliptique sur *n* P & NP, & porter cette épais-

Fig. 244. ſeur en q & en r; enſuite par ces points q & r mener des paralleles aux directions pour former le parallelograme Pryq; la ligne Py ſera la valeur de la pouſſée du quart de travée de la voûte d'arête, ſuivant cette hypotheſe.

Mais ſi l'on fait attention que les lits des vouſſoirs ſont paralleles aux axes de chacune des portions de cylindre qui ſont les pandantifs, on reconnoîtra que la direction de leur pouſſée ſera déterminée par les perpendiculaires aux plans des lits, ce qui en diminue l'effort, parce que l'angle du concours des deux puiſſances mPM, eſt moins aigu que celui des deux précédentes nPN, ſuivant les propriétés des mouvemens compoſés, démontrées dans les traités de méchanique; ainſi nous abandonnons cette premiere hypotheſe, pour conſidérer les pandantifs comme une ſuite d'arcs circulaires ou elliptiques paralleles entre eux, qui vont toujours en diminuant, & qui tendent à ſe redreſſer ſuivant une direction qui eſt dans un plan perpendiculaire à l'axe; en effet une voûte d'arête dont l'appareil ſeroit par joints de tête de ſuite en déliaiſon, quoiqu'un peu moins ſolide, n'en ſubſiſteroit pas moins, pourvu que les enfourchemens fuſſent faits en bonne coupe ſur leurs lits.

Soit (fig. 244) APBD la projection horiſontale d'une voûte d'arête compoſée de deux berceaux inégaux qui ſe croiſent, leſquels forment quatre lunettes, dont les oppoſées au ſommet ACP, DCB ſont égales, & celles qui ſont de ſuite ACP, PCB inégales, l'une étroite & ſurhauſſée ſuivant le profil AhP, & l'autre large & ſurbaiſſée PHB. On cherchera, par les problêmes précédens, l'épaiſſeur du piédroit qui convient à chacun de ces berceaux; s'il n'y a point de biais, on portera la ligne trouvée pour cette épaiſſeur ſur la prolongation des côtés, & s'il y a du biais, on la portera ſur la prolongation de l'arc droit; par exemple, la meſure de l'épaiſſeur Pa ſur AP prolongé en a, pour la pouſſée de l'arc doubleau AhP, & l'épaiſſeur Pb ſur BP prolongé en Pb, pour la pouſſée de l'arc doubleau BHP; enſuite par les points a & b on menera des paralleles aux côtés oppoſés, leſquelles ſe croiſeront en x, le rectangle Pbxa ſera la ſurface de la baſe du piédroit ou pilier néceſſaire pour réſiſter à la pouſſée du quart de la voûte d'arête APBD, que j'appellee un quart de travée, parce qu'elle eſt compoſée de deux pandantifs, qui ſont deux

triangles cylindriques, dont les projections sont les triangles rectilignes m PC, MPC. *Fig.* 244.

Si l'on fait attention que tout l'effort de la poussée se fait sur le point P, on reconnoîtra premierement, qu'il est chargé de toute la pesanteur des deux pandantifs qui le pressent verticalement, & tendent à écraser la matiere dont le piédroit est construit. Secondement, que l'effort horisontal de la poussée se fait suivant la diagonale P x. D'où il suit que les prismes triangulaires du piédroit, qui ont pour base les triangles P $b x$ & P $a x$, ne lui sont nécessaires que pour empêcher que l'angle P ne soit écrasé, & pour contenir la charge dans sa direction verticale, afin que le piédroit ne s'incline pas vers a ni vers b; de sorte que supposant deux barres de fer de force suffisante, l'une posée verticalement pour soutenir le fardeau, l'autre en situation inclinée suivant la tangente du joint extrême, pour résister à la poussée de l'arête dont la projection est CP, il n'en faudroit pas davantage pour soutenir ce quart de travée, si le fond étoit impénétrable, & l'équilibre parfait; c'est une spéculation dont l'exécution est impossible, mais qui n'est pas inutile pour donner une juste idée du sujet.

SECOND CAS.

Lorsqu'il y a deux travées de voûtes de suite sur le même alignement.

Soient deux quarts de travées APCM, BPCD (fig. 245), c'est-à-dire quatre pandantifs, dont les projections sont les triangles APM, MPC, CPD & DPB; il est clair, par la construction précédente, que les diagonales P d, P m des deux parallelogrammes PQ $m a$ & PQ $d b$, exprimeront les épaisseurs nécessaires pour contenir la poussée de chacun des quarts de travée, & qu'ainsi un pilier triangulaire P $d m$ seroit suffisant pour contenir la poussée des deux quarts de travée; mais comme toute leur charge porteroit sur le point P, l'angle de ce piédroit seroit écrasé par cette charge, ou s'enfonceroit dans le sol, pour peu qu'il ne fût pas suffisamment solide; c'est pourquoi il convient d'ajouter au prisme triangulaire P $d m$ les deux triangles a P m & b P d pour le fortifier, & le rendre propre à soutenir le poids de la voûte. Je dis seu- *Fig.* 245.

Fig. 245. lement pour ce ſujet, & non pour n'être pas jetté à droite ou à gauche, comme au cas précédent, parce qu'ici les deux arcs de formerets ſur AP & BP, étant diamétralement oppoſés, demeureront en équilibre ſi leurs diametres & leurs charges ſont égales; & ſi elles ſont inégales, la pouſſée qui ſe fera d'un côté plus que de l'autre ſera la différence des deux efforts. Ainſi en ce cas, il faut indiſpenſablement quelque épaiſſeur de piédroit en P, mais dans la pratique il convient toujours qu'il y en ait, quand même les formerets ſeroient égaux, parce que toute la charge tombant ſur un angle P, il ſeroit difficile qu'il fût de pierre d'une aſſez forte conſiſtance, ou ſur un fond aſſez dur, pour qu'elle ne fût pas écraſée par la charge, ou qu'elle ne s'enfonçât un peu dans le ſol de la fondation, auquel cas le moindre mouvement romproit tout l'équilibre.

REMARQUE.

Fig. 250, & 250. Par cette raiſon, les architectes diviſent ordinairement les travées des voûtes d'arête par un ornement en ſaillie qu'ils appellent *arc doubleau*, *efgi*, parce qu'il double cette partie de voûte, lequel arc occupe en largeur celle d'un pilaſtre D*ef*K, ou d'une perche qui lui ſert de baſe, qui fait par conſéquent un pan K*efl* au lieu de l'angle *d*P*m*. Cet arc doubleau, dans l'architecture moderne, eſt une arcade cylindrique, c'eſt-à-dire une portion de bereeau ſimple qu'on orne de panneaux ravallés, dans leſquels on place à propos des ornemens de ſculpture, comme des roſons, des bas-reliefs, &c. Dans l'architecture gothique, l'arc doubleau eſt, comme les autres nervures d'ogives, tiercerons, liernes, &c. une partie fort ſaillante profilée en moulures de doucines oppoſées, avec des quart-de-ronds, baguettes, &c. mais beaucoup moins large que dans l'architecture moderne, parce que ſa baſe n'eſt poſée que ſur une perche, & même ſouvent elle porte à faux ſur un cul-de-lampe.

TROSIEME CAS.

Lorſqu'il y a trois travées de ſuite en retour d'un angle droit.

Dans une grande partie de nos égliſes qui ſont voûtées en voûtes d'arête ſur un plan en croix latine, il ſe trouve à la

croisée des bras avec la nef une suite de trois travées en retour, qui sont appuyées à moitié sur des piliers angulaires; celle du milieu est exactement quarrée, lorsque les bras sont de même largeur que la nef; mais lorsqu'ils sont plus étroits, elle devient barlongue, comme sont ordinairement les autres travées, un peu plus ou moins, selon qu'elle differe des autres en largeur, c'est-à-dire selon que les bras sont plus étroits que la nef. Ordinairement les travées extrêmes des deux côtés de la croisée sont égales, parce qu'on fait les bras égaux en largeur à la nef; mais comme ils peuvent ne pas l'être, nous choisirons ce cas pour rendre la construction plus générale.

Ayant trouvé par la construction du cas précédent la diagonale P*x* qui exprime le résultat de la poussée des deux travées de suite FA, AB, on cherchera par le premier cas la poussée de la travée GB qui sera P*y*; puis par les points *y* & *x*, on menera des paralleles aux côtés opposés qui se croiseront en *z*; la diagonale P*z* exprimera la poussée des trois travées réunies à une seule direction. On tirera ensuite du point *z* des perpendiculaires *zi*, *zk* aux côtés PF, PG; le quarré P*fz*G sera la surface de la base du pilier que l'on cherche. *Fig.* 246.

REMARQUE.

Quoiqu'il y ait des exemples de cette construction, ils sont cependant assez rares; on coupe ordinairement par un petit pan *a r* l'angle *a* P *r* d'encoignure, pour donner plus de force à la naissance de la travée du milieu, comme on voit à la fig. ✠, à côté de la fig. 246. Les bons architectes ne voûtent guere le milieu de la croisée en voûte d'arête, mais plutôt en cul-de-four, parce que si le ceintre primitif de la nef est circulaire, les arêtes de la croisée deviennent fort surbaissées, & rendent cette partie de voûte trop foible, laquelle étant ordinairement plus chargée de charpente que les autres, a besoin au contraire de plus force. *Fig.* ✠, *au haut de la planche* 112.

Il est aisé de voir que lorsque les travées extrêmes sont inégales, les côtés *i* P & *k* P du pilier deviennent inégaux, & que si les trois travées étoient égales entre elles, il n'y auroit que celle du milieu qui agiroit pour renverser le pilier, parce que

les deux extrêmes étant exactement opposées l'une à l'autre, le contrebalanceroient & demeureroient en équilibre, si leur épaisseur & leur charge étoient parfaitement égales ; si elles sont inégales, la poussée des extrêmes se fera suivant une diagonale P*u*, qui ne sera plus dans la direction de l'arête DP, & qui sera d'autant plus ou moins grande que l'angle de leurs ogives ou arêtes EPC sera plus ou moins obtus.

QUATRIEME CAS.

Lorsqu'il y a quatre travées, ou plus, autour d'un pilier.

Fig. 147. Il est clair que lorsque les pandantifs d'une voûte d'arête sont égaux entre eux & diamétralement opposés, les efforts de leurs poussées se détruisent mutuellement, & par conséquent qu'ils n'agissent plus sur le piédroit que par la charge de leur pesanteur qui fait effort pour l'écraser ; c'est dans ce cas où l'on reconnoît, encore plus que dans les précédens, la nécessité de séparer les travées par des arcs doubleaux qui ayent une certaine largeur, suffisante pour donner au pilier l'épaisseur qui lui est nécessaire pour soutenir le poids de huit pandantifs dont il doit être chargé, ce que l'on ne peut déterminer que par l'usage & l'expérience de la pierre de taille qu'on y emploie, qui est plus ou moins forte à la charge, c'est-à-dire qui peut ou ne peut pas être écrasée, & par la connoissance que l'on doit avoir de la pesanteur absolue des huit parties de voûtes que le pilier doit soutenir, lesquelles peuvent être plus ou moins épaisses, & chargées de charpente ou d'autre chose ; s'il se trouvoit de l'inégalité dans les pandantifs opposés, alors l'épaisseur du pilier seroit déterminée par la différence des deux lignes qui expriment la poussée horisontale, qu'on peut trouver par les problêmes précédens.

On sait que pour trouver la pesanteur absolue de chaque pandantif, & de tous ceux qui chargent un pilier, il faut en faire le toisé & le multiplier par la pesanteur des matériaux, connue par l'expérience & réduite en pieds cubes; mais la maniere de toiser ces pandantifs avec une certaine exactitude n'est connue que depuis peu ; c'est à M. Senès, de l'Académie des Sciences de Montpellier, ingénieur en chef du canal de

Cette, au Rhône, que nous la devons; on la trouvera dans les mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, (années 1719 & 1721), avec ses démonstrations; on peut y avoir recours pour opérer avec une grande justesse. Si cependant l'on veut se contenter d'une opération moins parfaite, laquelle peut être suffisante pour le sujet dont il s'agit, il n'y a qu'à faire le développement d'un pandantif considéré dans le milieu de son épaisseur, de la même maniere que nous avons donné pour en faire les panneaux de doële, mesurer chacune de ses parties comme autant de trapezes, & la premiere à la naissance comme un triangle; ajouter toutes ces surfaces ensemble & les multiplier par l'épaisseur commune. Le produit multiplié par le nombre de livres que pese un pied cube, donnera la pesanteur absolue de la voûte. Nous verrons ci-après la maniere de trouver le poids d'un pied cube de chaque espece de matériaux, en cas qu'on ne le connoisse pas & qu'on n'ait pas des tables des poids sur lesquelles on puisse compter.

Soit, par exemple, le pandantif *m* PC qu'on veut mesurer, *Fig.* 247. on rectifiera la moitié du ceintre du formeret P*h*, qu'on portera développé sur PA prolongé en *mp* avec ses divisions 1, 2, 3, 4, étendues aux points 1^a, 2^a, 3^a, *m*, par lesquels on menera des paralleles indéfinies à la ligne de projection de la clef *m* C; puis par les points 1^r, 2^r, 3^r, où la projection de l'arête coupe les lignes provenant des points 1, 2, 3, 4, du formeret P*h*, ou par les points 1e, 2e, 3e, du formeret suivant PH, on menera des paralleles à P*p*, qui couperont les perpendiculaires à la même ligne aux points 1^d, 2^d, 3^d, C, par lesquels on tracera à la main la courbe *p* C, qui sera le développement de l'arête du pandantif. Le triangle mixte *pm* C sera la surface de la doële du pandantif, si l'arc *h* P est pris à la doële, & celle du milieu de la voûte, si cet arc est pris au milieu : ainsi multipliant cette surface par l'épaisseur de la voûte, on aura le toisé de son cube, lequel multiplié par le nombre de livres de la pesanteur d'un pied cube de la pierre dont il est fait, donnera la pesanteur absolue de la voûte. Il faut observer que cette opération donne un peu trop, parce que les naissances des pandantifs qui se pénetrent, retranchent la pointe de la naissance.

REMARQUE.

On fait usage de cette construction lorsque l'on est obligé de voûter sur des piliers. 1°. dans les endroits où l'on ne peut trouver la hauteur qui seroit nécessaire pour ne faire qu'un ceintre qui comprenne toute la largeur du bâtiment. 2°. Lorsque les murs ne sont pas d'une épaisseur suffisante pour résister à la poussée d'une voûte d'un grand diametre, parce qu'on la diminue dans le rapport des hauteurs & des diametres. 3°. Enfin, pour pouvoir faire des voûtes de peu d'épaisseur & de moins de surface, soit par raison de charge ou par raison de ménagement de dépense. C'est par ces raisons que l'on a fait ainsi des bas côtés doubles dans une partie de nos anciennes églises, comme à Notre-Dame de Paris, &c, & dans les grandes salles de la plupart des monasteres, & des anciens édifices.

Explication démonstrative.

On peut sans doute considérer un quart de travée de voûte d'arête *m* PMC, & chaque pandantif en particulier, comme une suite de plusieurs tranches de berceaux coupés verticalement par des plans perpendiculaires à leurs axes : or il est visible que chacune de ces tranches étant posée dans sa partie inférieure sur l'arcade que forment les voussoirs d'enfourchement, suivant l'arête où se fait la jonction des deux pandanrifs contigus, elle fait effort par sa charge pour faire dresser cet arc d'ogive, & par conséquent pousse ainsi médiatement le piédroit pour le renverser. Il est aussi visible que les arcades des arcs doubleaux poussent chacune immédiatement ce même piédroits en différentes directions, qui sont ordinairement entre elles un angle droit, d'où il résulte, suivant les principes de la méchanique, des mouvemens composés ; ensorte que la direction qui résultera de celle des deux puissances qui poussent, sera la diagonale d'un rectangle dont les longueurs des côtés seront entre elles comme ces puissances. Or comme toutes les arcades des voussoirs sont paralleles entre elles dans chaque pandantif, il résultera aussi que le concours de leur direction se réduira à une troisieme, qui sera aussi dans le même plan que celle du concours des arcs doubleaux.

Si

Si l'on fait présentement attention que les poussées de toutes ces arcades inégales sont relatives à leurs retombées, qui sont les sinus ou les sinus verses de chacun de ces arcs, comme il a été démontré ci devant, on reconnoîtra que les triangles rectilignes *m*PC, MPC, qui sont les projections des deux pandantifs contigus; contiennent tous ces sinus verses, par conséquent que les longueurs qui donnent l'épaisseur du pié-droit pour chacune de ces arcades, formeront un triangle semblable à celui de la projection horisontale; donc suppoposant les côtés P*a* & P*b* trouvés suivant les problêmes de la poussée des arcs doubleaux, le parallelograme P*bx*, semblable à celui de la projection C*m*PM, sera la base du pilier qui doit soutenir la poussée du quart de travée de voûte d'arête donné, ce qu'il falloit trouver. Fig. 144.

REMARQUE.

Il faut remarquer que par cette composition & disposition de portions de berceaux qui se croisent, il résulte une voûte dont la surface est moindre que celle du berceau simple qui couvriroit le même espace du rectangle DAPB; parce que chacun des pandantifs est moindre que la huitieme partie d'un tel berceau, quoiqu'il le paroisse ainsi dans sa projection. Pour en connoître la différence, il n'y a qu'à faire le développement d'un de ces pandantifs, comme on vient de l'enseigner pour le pandantif P*m*C, ou son égal A*m*C, où l'on voit que la courbe *p* 2*d* C, qui termine un des côtés de la surface développée, est concave, & toute au dedans de la corde *p* C, par conséquent que le triangle mixte P*m*C est moindre que la moitié du parallelogramme *me*, qui est le développement de la projection *m*E, laquelle exprime le quart du berceau qui couvriroit l'espace horisontal APBD; donc la surface d'un pandantif d'une travée de voûte d'arête est moindre que la huitieme partie du berceau, & par conséquent les huit pandantifs dont elle est composée font ensemble une surface considérablement plus petite que celle d'un berceau de même hauteur, qui seroit à la place d'une voûte d'arête, ce qu'il falloit prouver.

On va voir le contraire dans les voûtes en arcs de cloître; cependant chacun des pandantifs pousse plus, c'est-à-dire fait

plus d'effort pour renverser le piédroit que la portion de berceau en continuation PCM, qui seroit son complément, quoique plus grand en surface de près d'un tiers, puisqu'il contient plus de deux fois le segment de développement *p*IC; la raison est que les voussoirs poussent d'autant plus qu'ils approchent de la clef, & d'autant moins qu'il approchent de l'imposte; en effet on verra ci après que jusqu'à la hauteur du quart de cercle P 1, ils ne poussent point du tout, étant retenus par le seul frottement de leurs lits, ils se soutiennent les uns sur les autres sans glisser jusqu'à 22 & même jusqu'à 25 degrés; on remarque aussi qu'au-dessus jusqu'à 45 degrés ils poussent fort peu, puisque ce n'est qu'à cette hauteur que les voûtes se fendent.

Fig. 248. Ainsi (à la fig. 248) si l'on mene par le point 2 du ceintre *b*H, une parallele à l'imposte A*b*, elle coupera la diagonale AC au point a^2, & le côté A*d* au point *x*; si par le point a^2 on tire $a^2\,q^2$ parallele au côté A*d*, il est évident que le trapeze $x\,a^2$C*d* est plus grand que le triangle $a^2\,p^2$C, de tout le parallelogramme $x\,a^2\,q^2\,d$, lequel étant considéré dans la projection d'un pandantif AC*d*, exprimera la différence en excès de la poussée du pandantif de la voûte d'arête sur le triangle cylindrique qui seroit son complément pour achever le demi-berceau qui couvriroit tout l'espace A*b*C*d*. Or ce complément du pandantif est justement le pan d'une voûte en arc de cloître, qui couvriroit le même espace. Secondement, on a vu, par le développement du pandantif DAIS, que sa surface est moindre que celle du développement du pan de l'arc de cloître de l'arc *b*AIS; cependant si le demi berceau étoit complet sur l'imposte A*b*, le parallelogramme A*xb* seroit la base totale de son piédroit. Or nous disons que la moitié de A*xb* est celle de la portion d'arc de cloître, qui est plus grande que la moitié de la doële; donc l'autre moitié A*fx*, qui est égale à la base A*fxb*, étant nécessaire pour soutenir la poussée d'une moindre partie de doële, il suit que cette moindre partie, qui est le pandantif, pousse plus en général que le pan de l'arc de cloître; ce qui est exprimé à la fig. 244, par le rapport de P*x* à P*b* ou à P*a*, & dans celle-ci par celui de A*e* à *bx* ou A*f*.

De la pouſſée des voûtes en arc de cloître.

Les voûtes en arc de cloître peuvent être conſidérées comme les complémens des voûtes d'arête, ainſi que nous venons de l'expliquer ; car ſuppoſant un demi-berceau ſur *db* (fig. 248) coupé diagonalement ſur AC, & la naiſſance ou l'impoſte du demi-berceau ſur A*b*; le triangle AC*d* ſera la projection d'un pandantif, & AC*b* celle d'un pan de voûte en arc de cloître. D'où il ſuit que, puiſque le pandantif eſt une portion de berceau moindre que la moitié du demi-berceau ſur *db*, comme on vient de le montrer, le pan de la voûte en arc de cloître, qui en eſt le complément, ſera plus grand que cette moitié, quoiqu'il paroiſſe égal dans la projection, où le triangle A*b*C eſt égal au triangle A*d*C. Fig. 248.

La raiſon de cette fauſſe apparence a été donnée au ſecond Livre, lorſque nous avons parlé des effets de la projection, qui racourcit d'autant plus les objets qu'ils ſont moins inclinés au plan de deſcription; or il eſt clair par le profil *b* 1 2 H que la partie *b* 1 étant moins inclinée à la baſe *b*C de ce profil que la partie 3 H, qui lui eſt preſque parallele, elle ſera auſſi plus racourcie par la projection; par conſéquent la ſurface de la voûte ſur A*b*C ſera plus grande que ſon complément au demi-cylindre ſur AC*d*, qui a ſes parties plus éloignées de l'impoſte A*b*. Cette vérité paroît évidemment dans le développement du demi-berceau tracé en ADS*b*, où le triangle mixte AISD eſt la ſurface développée du pandantif, & l'autre AIS*b* celle du pan de l'arc de cloître. De cette derniere conſidération, il ſuit que quoique le pan d'un arc de cloître ſoit plus grand que le pandantif de la voûte d'arête qui eſt ſon complément, il pouſſera cependant beaucoup moins, parce que ſon centre de gravité ſera plus près de l'impoſte que celui du pandantif.

Au reſte on ne peut comparer la pouſſée de ces deux voûtes, parce que l'une pouſſe ſur une ligne & l'autre ſur un point ; le pandantif de la voûte d'arête fait tout ſon effort ſur le point A pour renverſer le piédroit, & le pan d'arc de cloître le fait ſur toute la ligne A*b* qu'il pouſſe inégalement, enſorte que ſon mouvement virtuel décrit une ſurface triangulaire A*bx*. En effet c'eſt ici tout le contraire du pandantif, il pouſſe tout

Fig. 248. au point A, & le pan d'arc de cloître n'y pousse point encore; c'est de ce point qu'il commence à pousser de plus en plus vers *b*, dans le rapport des longueurs des retombées de chaque rang vertical de ses voussoirs, compris entre l'imposte A*b* & l'arc de section elliptique AL*h* sur AC. D'où il suit que le plan d'arc de cloître sur A*b*C n'a besoin que de la moitié de la surface de la base du piédroit qui seroit nécessaire pour résister à la poussée du demi-berceau sur C*d*A*b*, dont le piédroit devroit être le parallelogramme A*fxb*, supposant l'épaisseur A*f* ou *bx* trouvée par les problêmes précédens.

Ainsi toute l'épaisseur A*fx* que l'on a coutume de donner au piédroit, c'est-à-dire à la base d'un mur de faces paralleles entre elles, laquelle est le parallelogramme A*fxb*, est superflue pour résister à la poussée de la voûte en arc de cloître, de même que le triangle A*gy*, moitié du parallelogramme A*y*, qui répond à l'autre pan A*d*; & à plus forte raison le quarré restant à la jonction des deux murs en *g*A*fe*, qui est totalement inutile, parce que les deux pans d'arcs de cloître n'ont aucune détermination de poussée de ce côté, lequel au contraire étoit le seul où poussoient les voûtes d'arête, comme nous l'avons dit ci-devant. Cette partie surperflue de la jonction des deux murs diminuera à mesure que l'angle des murs sera plus ouvert, & augmentera d'autant plus qu'il sera plus aigu.

Fig. 249. Ainsi supposant une voûte d'arête sur un pentagone régulier DBGFE, comme par exemple une guérite (fig. 249), cette partie de jonction des murs devient le trapezoïde I*n*F*o*, qui est plus petit, toutes choses égales, que le quarré *gf* de la fig. 248. D'où il suit que ne prenant pour la base des piédroits que les parties triangulaires qui sont nécessaires pour résister à la poussée d'une voûte établie sur un polygone, le contour de ces piédroits sera d'un nombre des côtés double de celui sur lequel est établie la voûte en arc de cloître: par exemple ici ce sera une décagone EAFMGLB, &c, qui peut être ou ne pas être régulier, suivant que la poussée du milieu d'un pan AP aura été trouvée plus ou moins grande par les problêmes précédens, touchant celle des berceaux simples, dont le demi-diametre de l'arc droit seroit RC. D'où il suit que les bases des piédroits à faces paralleles entre elles EF, KI: FG, IH, d'un mur qui envelopperoit le polygone,

feroient plus de moitié plus grandes qu'il ne faut de la quantité de tous les trapezoïdes, comme *o* F *n* I, &c, qui restent aux angles du polygone au-delà des triangles AF*o*, FM*n*, qui sont égaux à ceux des bases des piédroits ARF, MF*m*, nécessaires pour contenir la poussée de chaque pan d'arc de cloître. *Fig. 248.*

Présentement si l'on veut diminuer de moitié la plus grande épaisseur *bx* (fig. 248) pour faire un mur à faces paralleles A*b*, NO, faisant *bo*=*ox*, il est évident qu'on aura la même surface de base dans le parallelogramme AO que dans le triangle A*xb*, & que le triangle M*x*O qu'on supprime est remplacé par son égal NAM, qui sera la base d'un contrefort en prisme triangulaire, lequel appuie le piédroit en coin tronqué AMO*b*, considéré comme un massif de maçonnerie qui peut être retenu par ce contrefort ; & si l'on y ajoute le triangle à la diagonale KNA pour le fortifier, on peut compter que la force d'un tel piédroit seroit suffisante pour résister à la poussée de la voûte.

Cependant, quoique la base ajoutée KMA soit plus grande que la retranchée M*x*O, il sera de la prudence d'épaissir le piédroit qui sera fait en mur de faces paralleles entre elles, un peu au-delà de la moitié *b*O de l'épaisseur primitive *bx*, lorsque le polygone sera d'un petit nombre de côtés, comme de 4, & encore plus de 3, où l'angle AMK du contrefort est trop aigu ; de sorte qu'il est fort foible, considéré comme une partie ajoutée, quoiqu'il soit en effet une partie de mur continue. Cet angle AMK s'ouvrira d'autant plus que le polygone voûté en arc de cloître sera d'un plus grand nombre de côtés, de sorte que la partie ajoutée y deviendra suffisante pour remplacer la pointe du piédroit retranchée, considérant toujours les piédroits & la voûte comme une masse de maçonnerie ou de pierres de taille bien liées entre elles, qui ne font qu'un corps ; car si on les considéroit comme sans liaison latérale, ces contreforts ne pourroient jamais remplacer la force du levier venant de l'éloignement du point d'appui *x*, qui seroit nécessaire pour résister à la poussée de l'arc du milieu C*b*, considéré comme une arcade détachée, qui pourroit se séparer du reste du pan de l'arc de cloître, parce que cet éloignement *x* donne la longueur du bras du levier nécessaire pour résister à l'effort de la poussée.

De la pouſſée des voûtes ſphériques & ſphéroïdes.

Fig. 252. Si un polygone, ou une portion ABP (fig. 252), voûtée en arc de cloître, a un grand nombre de côtés de peu de largeur à la naiſſance, comme A 1; 1, 2; 2, 3; 3, 4, &c. il eſt évident que la figure d'une telle voûte approcheroit beaucoup de celle d'une ſphérique, ſi l'arc droit étoit circulaire, ou d'une ſphéroïde, ſi l'arc droit étoit elliptique, ſurhauſſé, ou ſurbaiſſé. Si le nombre de ces côtés étoit du double ou du triple plus grand, les côtés ou pans de la voûte deviendroient ſi petits qu'ils ſeroient ſenſiblement confondus avec le cercle dans lequel le polygone ſeroit inſcrit, & la voûte approcheroit d'autant plus de la ſphérique, que ces rangs de vouſſoirs ſe rétréciroient en approchant de la clef, où il ſeroit impoſſible d'y appercevoir aucune différence, comme on en peut juger par le développement d'un pan tracé à la fig. 253. D'où il ſuit qu'on peut conſidérer les voûtes ſphériques & ſphéroïdes, comme compoſées de pluſieurs pans d'arcs de cloître. Suivant cette hypotheſe, on reconnoîtra que ces ſortes de voûtes pouſſent plus de la moitié moins que les berceaux ſimples, de même ceintre, diametre & épaiſſeur, ou charge, & par conſéquent qu'en ne donnant à leurs piédroits que la moitié de celle des berceaux conditionnés de même, ils ſeront encore plus forts qu'il n'eſt néceſſaire pour les mettre en équilibre avec la pouſſée.

Pour faire ſentir la juſteſſe de ce raiſonnement, qui eſt fondé ſur celui que nous venons de faire touchant la voûte ſur pentagone de la fig. 249, nous avons tracé à la fig. 252 les baſes triangulaires 1 *q* 2, 2 *u* 3, 3 *t* 4, &c, qui répondent à chaque pan du polygone inſcrit dans le cercle A 3 B, tels qu'ils devroient être à la rigueur : or ſi l'on veut faire un piédroit d'épaiſſeur uniforme, à moitié de la primitive A *d*, diviſée en deux également en *x* par un arc de cercle concentrique *x k* X, il eſt clair que les triangles retranchés par cet arc, comme *fqg*, *iuk*, *ltr*, &c, ſont plus petits en ſurface que ceux qu'on ajoute entre les piédroits triangulaires en *g* 2 *i*, *k* 3 *l*, *r* 4 *n*, &c, dans le rapport du rayon C*g* au rayon C*q*; par conſéquent ces pieces triangulaires, qui ſont autant de baſes de contreforts, ſont auſſi plus fortes qu'il n'eſt néceſſaire pour butter les

piédroits en coins tronqués *1fg2*, *2ik3*, *3lr4*, &c, & remplacent avec avantage les prismes triangulaires retranchés en *fqg*, *iuk*, &c.

De la poussée des voûtes annulaires.

Le même raisonnement qui nous a servi à rapporter les voûtes sphériques & sphéroïdes aux arcs de cloître, peut nous servir aussi à rapporter les voûtes annulaires, partie aux arcs de cloître, partie aux voûtes d'arête; en effet si l'on suppose, au lieu d'un anneau circulaire ou elliptique, un anneau tournant autour d'un polygone d'un grand nombre de côtés extrêmement petits, on reconnoîtra que la partie concave sera une suite de pans d'arcs de cloître tronqués à la clef, & que la partie convexe entre le noyau & la clef sera une suite de panaches de voûtes d'arête qui s'élargissent depuis l'imposte du noyau jusqu'à la clef, autant que les pans opposés concaves se retrécissent depuis l'imposte du mur jusqu'à la clef. Ainsi considérant les joints montans dans un plan vertical dirigé au centre du noyau, l'espace que deux de ces plans enfermeront ne sera pas un triangle cylindrique terminé à la clef, comme dans les voûtes sphériques, mais un trapeze cylindrique, par exemple *abNn*, dont le côté *n*N est plus petit que l'opposé *ab* dans le rapport des distances C*n*, C*a* du centre du noyau à l'imposte concave & à l'imposte convexe. *Fig. 251.*

Ce trapeze cylindrique doit être divisé en deux parties par rapport à la poussée de la voûte, l'une depuis l'imposte concave *ab* jusqu'à la clef LS, qui fait effort pour renverser le piédroit *amb*, l'autre depuis l'imposte convexe du noyau *n*N jusqu'à la même clef LS, lequel trapeze agit contre le noyau *n*NO. Comme l'une de ces parties *ab*SL se rétrécit en montant, il est clair qu'elle a moins de surface, & par conséquent moins de pesanteur qu'un berceau droit qui seroit établi sur l'imposte *ab*; par conséquent elle pousse moins qu'un tel berceau, dont la projection de la surface seroit le rectangle *abtq*, laquelle est plus grande que le trapeze *a*L*b*S des deux triangles *qa*L, *fbt*.

Or comme les poussées des voûtes de même ceintre & de même hauteur & épaisseur, sont relatives à leurs projections horisontales, il suit que la poussée du demi-berceau sera à la

Fig. 251. pouſſée du demi-pan annulaire, à peu près comme le parallelogramme *qb* au trapeze *a* LS *b*; & la ligne qui exprimera l'épaiſſeur du piédroit convenable au demi-berceau ſera à celle qui convient au pan annulaire, comme *ab* eſt à KF, menée par le milieu K du demi-diametre *a*L parallelement à *ab*. D'où il ſuit que pour trouver l'épaiſſeur du piédroit du mur concave, il faut faire cette analogie: C*a*.*ab*:: CK. KF; c'eſt-à-dire, comme la longueur du rayon du noyau, plus le diametre de l'arc droit de la voûte annulaire, eſt à une petite diſtance priſe à volonté à l'impoſte concave: ainſi le rayon du noyau, plus les trois quarts du diametre de l'arc droit de la voûte, eſt à un quatrieme terme qui ſera la corde KF, laquelle étant trouvée, on fera cette ſeconde analogie: comme *ab* eſt à *ay*, trouvé pour l'épaiſſeur du piédroit d'un demi-berceau ſur la même longueur d'impoſte, ainſi KF ſera à un quatrieme terme *ax*, qui ſera l'épaiſſeur du piédroit concave de la voûte annulaire.

J'ai dit que ce rapport n'étoit qu'un à peu près, mais il faut remarquer que la différence qu'il peut y avoir tourne à l'avantage de la ſolidité du piédroit concave, parce que les parties triangulaires, qui ſont l'excès du berceau droit ſur l'annulaire, étant plus éloignées de l'impoſte, pouſſent plus que leurs parties égales intérieures *ar*L, *b*ſS, qui ſont compriſes dans le trapeze, comme nous l'avons dit en parlant des voûtes d'arête.

Par un ſemblable raiſonnement on trouvera, au contraire, que la pouſſée de la partie convexe de la voûte ſur ſon noyau ſera plus grande que celle d'un demi-berceau poſé ſur l'impoſte *n*N, de la valeur de celle des deux triangles *n*LV & NS*u*, dont la projection *n*LSN de la demi-voûte annulaire excede la cylindrique droite; ainſi ayant diviſé le demi-diametre de l'arc droit L*n* en deux également en G, & tiré G*g* parallele à *n*N, on aura la pouſſée du berceau à celle du pan annulaire, comme *n*N à G*g*.

Il faut remarquer que cette augmentation de pouſſée eſt bien récompenſée par la force de la figure du piédroit convexe qui ſe reſſerre par cette preſſion de la circonférence au centre, lorſque le noyau eſt d'un petit diametre: c'eſt pourquoi il eſt des cas où l'on ne doit y avoir aucun égard; mais ſi le noyau eſt vuide & d'un grand diametre, comme il arrive aux berceaux des bas côtés d'une égliſe, tournant autour d'un chevet qui a quelquefois 30 pieds de diametre, alors il eſt bon d'y faire

faire attention, parce que la convexité du mur qui sert de piédroit à la voûte annulaire, n'est pas assez considérable pour en augmenter la force, mais aussi alors la différence de la poussée diminue. D'où il suit que si le rayon du noyau est fort grand, eu égard à celui du mur du piédroit concave, la voûte annulaire poussera à peu près autant que celle d'un berceau droit de même ceintre, diametre & charge, parce que la voûte annulaire approchera d'autant plus de la cylindrique droite, qu'il y aura moins de différence entre le rayon du noyau & celui de la grande circonférence concave de l'anneau.

De la poussée des berceaux tournans & rampans.

Nous avons fait remarquer au second tome, que les berceaux tournans & rampans ne different des annulaires qu'en ce qu'ils s'élevent en tournant sur une hélice dont le développement, c'est-à-dire la rectification, est une ligne droite inclinée à l'horison; ainsi considérant les rayons du noyau de la vis & du contour de la tour ronde dans laquelle le berceau fait sa circonvolution, comme très-grand & peu différent l'un de l'autre, on peut rapporter la poussée d'un berceau tournant & rampant à celle d'un simple berceau droit en descente, biais par ses têtes de montée & de descente, faisant un angle avec un autre berceau qui lui est ajouté; telle seroit en effet une vis à petits pans sur sa projection horisontale.

D'où il suit premierement que tout ce que nous venons de dire de la poussée des voûtes horisontales sur le noyau, convient aux voûtes en vis. Secondement, qu'à celles-ci il y a une poussée de plus à considérer, qui est celle d'un poids posé sur un plan incliné, parce que tous les lits des voussoirs sont effectivement inclinés à l'horison suivant deux directions inégales, l'une qui tend à faire glisser le poids des voussoirs suivant une hélice qui est d'autant plus ou moins inclinée à l'horison qu'elle approche ou s'éloigne de l'axe vertical de la vis totale, l'autre qui tend à la faire glisser de la circonférence du ceintre vertical du berceau tournant autour du noyau, au centre de ce même ceintre.

Ainsi la poussée de ces sortes de voûtes est composée de celle du berceau horisontal de même ceintre, diametre &

charge, & de celle d'un ſemblable berceau incliné à l'horiſon: or l'on ſait par les principes de la méchanique, que la force d'un poids poſé ſur un plan incliné ſuppoſé poli, eſt à celle qu'il faut pour l'y ſoutenir, comme la longueur du plan eſt à ſa hauteur; mais comme les lits des pierres ſont grenus & raboteux, il n'eſt néceſſaire d'avoir égard à cette inclinaiſon que lorſqu'elle eſt au-deſſus du quart de l'angle droit, parce qu'à l'inclinaiſon de deg. 22 $\frac{1}{2}$, les lits ne gliſſent pas les uns ſur les autres, le frottement les en empêche, & ils gliſſeront d'autant moins que les directions changeront continuellement autour de la vis; & comme dans la pratique les hélices d'un eſcalier à vis du côté concave de la tour ne ſont guere plus inclinés que ſuivant cet angle conſidéré dans les directions des tangentes des petites parties de l'hélice; il ſuit que dans la pratique il ſuffit d'y avoir un peu d'égard, ſans s'inquiéter ſur l'effet que l'inclinaiſon peut produire lorſque la baſe eſt bien appuyée; & pour ſavoir ſur quoi on doit ſe régler, ſuppoſant qu'il n'y eût pas de frottement, il n'y a qu'à ſe rappeller ce théoreme de méchanique, qui démontre que ſi une puiſſance ſoutient un poids par le moyen d'une vis, elle ſera à ce poids comme la hauteur de la vis eſt à l'hypoténuſe du triangle de ſon développement, c'eſt-à-dire que la peſanteur ou pouſſée de la voûte ſur des impoſtes où elle pourroit gliſſer, exprimée par la ſurface de ſon profil, ſera à l'épaiſſeur ou ſurface du pied de la vis, comme l'hypoténuſe du triangle de développement eſt à ſa hauteur.

De la pouſſée des voûtes coniques.

On peut trouver quelque rapport des voûtes coniques aux berceaux, en ſuppoſant une voûte en canoniere, dont le diametre du ceintre de face ſeroit très-petit en comparaiſon de la longueur de l'axe du cône; car ſi le concours des côtés du cône étoit infiniment loin de la face, la voûte ne ſeroit plus ſenſiblement différente d'un berceau. Sans chercher des exemples de voûtes inuſitées, on peut conſidérer la voûte de l'eſcalier du Vatican, qui eſt peu reſſerrée dans ſa longueur, comme un berceau ordinaire, & l'on auroit pu en chercher la pouſſée ſur cette comparaiſon; le peu d'erreur qui en auroit réſulté auroit été à l'avantage de la ſolidité des piédroits. On peut

encore trouver un rapport des voûtes coniques aux berceaux ſous une autre conſidération, en les comparant aux arcs de cloître. Une trompe ſur le coin, par exemple, fig. 254, peut être conſidérée comme un compoſé de deux pans d'arc de cloître ASN, BSN, dont le ceintre de face eſt ſurmonté, non ſuivant un arc elliptique, comme aux berceaux ordinaires, mais ſuivant un arc droit parabolique; l'angle rentrant de ces deux portions de berceaux qui ſe feroit au milieu, ſeroit en effet peu ſenſible vers la clef. *Fig. 254.*

Il y a cependant deux différences eſſentielles des voûtes coniques aux berceaux, l'une que les ceintres paralleles entre eux & perpendiculaires à la naiſſance de l'impoſte, font des courbes ſemblables, mais d'inégale grandeur, qui vont toujours en diminuant depuis la face juſqu'au fond de la trompe; au lieu qu'au berceau parabolique ce ſont des portions inégales d'une même courbe de ceintre. La ſeconde, que dans les trompes les joints de lit à la doële concourent tous au même point S du ſommet, & que dans les portions d'arcs de cloître, ils ſont tous paralleles entre eux. Ainſi les lits des vouſſoirs des voûtes coniques ont une double inclinaiſon, l'une vers l'axe, comme les voûtes cylindriques, l'autre vers le ſommet du cône, qui diviſe & diminue un peu l'effort de la pouſſée, parce qu'elle diminue la charge qui ſe jette en partie vers le ſommet du cône, plus ou moins, ſelon que les joints tranſverſaux ſont faits ou dans les plans verticaux, ou par des ſurfaces coniques; alors il eſt évident que ces voûtes pouſſent moins que les pans des voûtes en arc de cloître.

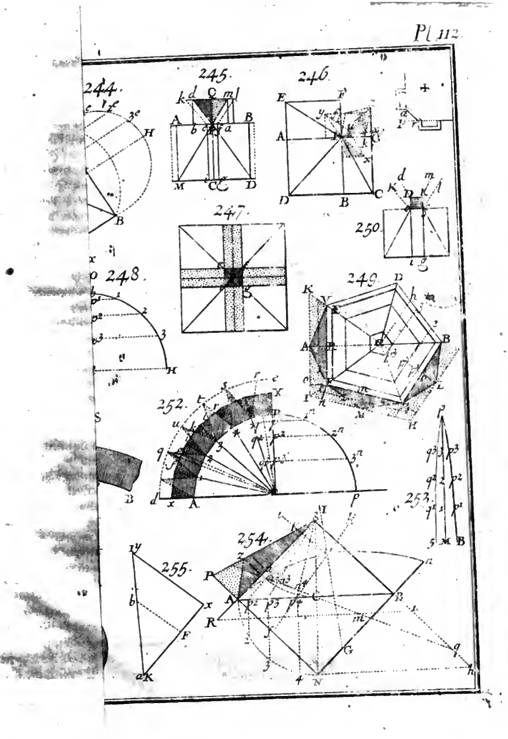
Nous avons montré ci-devant que la pouſſée de ces pans n'étoit que la moitié de celle d'un demi-berceau complet, qui ſeroit élevé ſur la même impoſte; par conſéquent la pouſſée d'une demi-voûte conique ſur même impoſte & de même ceintre & épaiſſeur, pouſſera encore beaucoup moins qu'un pan d'arc de cloître qui couvriroit le même eſpace. Pour en venir à la pratique, nous chercherons premierement la pouſſée d'une trompe ſur le coin (fig. 254), en conſidérant ſon ceintre parabolique de face AFN, comme un ceintre de berceau ſurhauſſé, dont on trouvera l'épaiſſeur des piédroits par les problêmes précédens. Par exemple, ſuivant la premiere hypotheſe d'un ſeul coin au ſommet, on diviſera l'arc A *n* au milieu en D, par où l'on menera une perpendiculaire à cet

Fig. 154. arc (par le probl. XXVI du II livre, tome I, page 228) en cherchant le foyer *f* de la parabole, comme à cette proposition, ou bien au trait de la page 271 du tome II. De ce point *f* par le point D, on tirera l'indéfinie *fh*, & par le même point D une parallele à l'axe AN de la parabole, comme K*i*, puis on divisera l'angle *i*D*h* en deux également par une ligne ILG qui coupera la verticale *n*N au point G, lequel tiendra lieu du point C des fig. 214 & 217 de la planche 109, pour trouver par son moyen la poussée horisontale, par exemple PA, qui détermine l'épaisseur du piédroit suivant la direction de la face de la trompe.

Ayant trouvé le point P, on tirera au sommet S du cône la ligne PS, laquelle formera le triangle APS, qui est la surface de la base du piédroit indispensable, à laquelle cependant il faut ajouter quelque peu d'épaisseur vers S, parce qu'on ne peut y faire dans la pratique un angle aigu, qui ne pourroit subsister.

Présentement, si au lieu d'une trompe sur le coin, il s'agit d'une trompe droite dont il faut trouver la surface des piédroits, on doit considérer que la poussée des voûtes agissant toujours suivant des perpendiculaires aux lits & aux piédroits, & que la face d'une trompe droite étant oblique à ses piédroits, on ne peut opérer comme on vient de faire à la trompe sur le coin, dont les faces leur étoient perpendiculaires; c'est pourquoi il faut faire la projection des joints de lits comme dans les traits pour la coupe des voussoirs, par exemple Sp^2, Sp , Sp ; puis du point C, on menera une perpendiculaire sur Sp , qu'elle coupera en un point n^4, d'où l'on tirera une perpendiculaire sur Sp^1, qu'elle coupera en n^3, &c.

Pour abréger & rendre l'opération plus simple, on peut du sommet S pour centre, & SC pour rayon, décrire un arc C*a*, qui coupera le piédroit SA au point *a*, & qui sera la somme de toutes les petites perpendiculaires qu'on peut tirer à toutes les projections des joints de lit possibles. On menera ensuite par les points *a* & C une ligne *aq*, qui coupera le côté opposé SB prolongé en *q*, & qu'on divisera en deux également en *m*, par où on menera R*u* parallele à AB; la ligne *aq* sera le grand axe d'une ellipse, dont la moyenne proportionnelle entre R*m*, & *mu* donnera l'autre demi-axe, & la portion de cette ellipse comprise entre l'imposte au point *a* & la verticale éle-


244.
245.
246.
247.
248.
249.
250.
252.
253.
254.
255.





vée sur le milieu C sera le ceintre dont il faut faire usage, *Fig. 254.*
comme de celui d'un bereeau, pour trouver l'épaisseur du piédroit *a z*, qui donnera le point *z* par un des problêmes précédens, duquel on tirera des lignes *z* S au sommet S, & *z* A à la face AB; le triangle A *z* S sera la surface de la base du piédroit que l'on cherche, à laquelle il faut ajouter quelqu'épaisseur en S & en A, par la raison que nous avons donné ci-dessus dessus en parlant du piédroit de la trompe sur le coin.

REMARQUE.

Les bases des piédroits en triangle tombent plus souvent en pratique aux trompes qu'aux autres voûtes, parce qu'elles servent souvent à occuper les espaces qui restent entre les figures curvilignes & les rectilignes, ou entre des rectilignes de différentes directions, ce qui arrive quelquefois dans les dispositions des plans des édifices.

Après avoir parlé des précautions nécessaires pour donner aux piédroits la force de résister à la poussée des voûtes, il ne nous reste plus, pour achever cet ouvrage, qu'à voir celles qui sont nécessaires pour que la charpente des ceintres sur lesquels on les éleve soit suffisante pour en soutenir la pesanteur pendant qu'on les construit, jusqu'à ce que la clef y soit mise pour les décharger de ce fardeau; c'est ce que nous allons examiner.

SECOND APENDICE.

De la force des ceintres de charpente pour la construction des voûtes.

Nous devons à M. Couplet, de l'Académie des Sciences, la méthode de trouver la charge des voûtes sur leurs ceintres, & à M. Pitot celle de trouver la force de ces ceintres, suivant l'arrangement qu'on donne aux pieces de bois qui les composent. Je vais faire un extrait de leurs mémoires, insérés dans ceux de l'Académie des années 1726 & 1729, que je vais réduire à trois problêmes.

PROBLEME I.

Trouver la pesanteur spécifique des matériaux des voûtes, sans être obligé d'en façonner quelque partie en cube.

Ayant pris au hasard un morceau de pierre ou de brique de figure quelconque, de la même espece qu'on veut employer, on la pesera dans l'air, après quoi on la repesera dans l'eau en la plongeant dans un seau, & la tenant pendue à un des bras de la balance, on verra par le poids qu on mettra dans l'autre bassin qui sera dehors, combien elle pese moins dans l'eau que dans l'air, & l'on fera cette analogie. Comme la différence des poids dans l'air & dans l'eau est à la pesanteur de la pierre; ainsi 72 livres, pesanteur d'un pied cube d'eau, est à la pesanteur d'un pied cube de pierre. La démonstration en est sensible.

La différence des poids, qui est la diminution de celui de la pierre pesée dans l'eau, est constamment égale au poids d'un même volume d'eau que celui de la pierre; or il est évident que le poids d'un volume quelconque d'eau est au poids d'un même volume de pierre, comme la pesanteur d'un pied cube d'eau est à celle d'un pied cube de la même pierre; donc ces termes sont en proportion géométrique.

Pour rendre la chose plus sensible, on peut ajouter ici un exemple; soit une pierre dont le pied cube pese 144 livres, ce qui est assez ordinaire, car la pierre légere de Saint-Leu pesant 115 livres & celle de Liais 165, la pesanteur moyenne est 140: si l'on suppose que le morceau pris au hasard contient le volume d'un pied cube, il pesera en l'air 144 livres & dans l'eau 72 livres de moins, c'est-à-dire qu'il ne pesera que 72 liv. parce qu'il occupera un volume d'eau d'un pied cube, qui pese 72 livres. Or il est évident que 72 livres, qui est la différence du poids de la pierre, est à 144 livres, pesanteur du volume du cube donné, comme 72 livres, poids d'un pied cube d'eau, que la pierre occupe quand elle y est plongée, est à 144 livres, poids du cube de la pierre; ou si la pierre donnée n'est que d'un demi pied cube, elle ne pesera dans l'eau que 36 livres: or la diminution de 36 livres est à la pesanteur de 72 livres dans l'air, comme 72 livres, poids du pied cube d'eau, est à

144 livres, poids du cube de la pierre, ce qu'on apperçoit clairement.

Cette maniere de chercher la pesanteur des matériaux est commode & très-utile; car quoiqu'on ait des tables du poids de plusieurs sortes de matieres, on n'y en trouve pas de toutes les especes; or l'on sait que les pierres de presque toutes les carrieres sont inégalement pesantes, & qu'il y a une différence très-considérable entre les plus légeres & les plus pesantes; car sans parler de la pierre ponce, qui n'est commune qu'en certains cantons d'Italie, où on l'emploie à faire des voûtes, & d'un tuf extrêmement poreux & léger, qu'on trouve dans les Alpes, & communément à Briançon, il y a 135 livres de différence par pied cube du marbre à la pierre de Saint-Leu, c'est-à-dire plus du double de la plus légere; de sorte qu'il faut augmenter aussi plus du double de la force des ceintres destinés à former des voûtes des matériaux de cette espece. Cela supposé, il sera facile de trouver quelle sera la pesanteur absolue d'une voûte qu'on se propose de faire, puisqu'il n'y a qu'à la toiser & la cuber suivant les regles de la géométrie; mais parce que les ceintres ne sont pas chargés de toute sa pesanteur, il faut chercher la diminution du poids qui est soutenu par les piédroits.

PROBLEME II.

La pesanteur absolue d'une voûte en berceau en plein ceintre & d'égale épaisseur, étant donnée, trouver celle dont les ceintres de charpente sont chargés avant que la clef y soit mise.

Soit (fig. 256) le quart de cercle AGB la moitié de la voûte, dont BD est l'épaisseur; soit AC le rayon vertical passant par le milieu de la clef, divisé en deux également en F; on menera par ce point l'horisontale FG, qui coupera l'arc AB au point G, par où & par le centre C on tirera l'inclinée CH. Je dis, 1°. que la seule partie AGHE chargera les ceintres, & que la partie BGDH ne les charge aucunement, dans la supposition que les voussoirs soient infiniment polis & sans liaison. 2°. Que cette partie AGHE ne chargera les ceintres que d'environ les deux tiers de la pesanteur absolue. La démonstration de cette proposition, dont la solution est due à M. Couplet, consiste dans un calcul algébrique trop long pour

Pl. 113. *Fig.* 256.

Fig. 256. être répété dans un petit ouvrage de pratique; les curieux pourront la voir dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de l'année 1729: nous nous contenterons d'en indiquer le fondement. Supposant l'arc AGB divisé en voussoirs B 1; 1, 2; 2 G, &c, on peut imaginer qu'ils font effort sur les ceintres, ou comme des corps libres qui ne rendent en bas que par leur seule pesanteur, ou comme des corps chargés par le poids des voussoirs supérieurs, qui ajoutent une nouvelle détermination à la pesanteur des voussoirs inférieurs pour les faire remonter.

M. Couplet montre que la premiere hypothese est impossible, parce que les voussoirs supérieurs AGHE font effort pour faire remonter les inférieurs BDHG sur leurs joints, par la propriété des efforts des poids tombans sur un plan incliné; sur ce principe il trouve que le tiers de la voûte au-dessus des impostes BD ne charge en aucune façon les ceintres, parce que les deux tiers au-dessus jusqu'à la clef font effort pour écarter du ceintre les premieres retombées. Secondement, il démontre que le restant du quart de cercle au dessus de AGHE ne pese sur les ceintres que suivant un rapport qu'il détermine par cette analogie. La pesanteur de tous les voussoirs AGHE est à la somme des efforts qu'ils font sur le ceintre, comme l'arc AG est à deux fois son sinus FG moins l'arc AG (:: AG. 2 FG — AG). D'où l'on tire pour la pratique que les ceintres ne sont chargés qu'environ des deux tiers du poids de la voûte au-dessus des retombées du premier tiers, qui ne les charge pas, c'est-à-dire qu'ils n'en soutiennent que les quatre neuviemes.

Supposant, par exemple, le rayon CA de 1000 parties, l'arc AG sera d'environ 1046, & son sinus 866, lequel doublé donne 1732, dont ôtant l'arc AG, 1046, il reste 686: ainsi la pesanteur de tous les voussoirs en AG sera à la somme des efforts qu'ils font sur le ceintre :: AG (1046). 2 FG — AG = 686, & à peu près pour l'usage comme 3 est à 2. Ainsi, pour abréger dans la pratique, on cubera les deux tiers de la demi-voûte pour en trouver la pesanteur suivant la qualité des matériaux dont elle est faite, en multipliant les pieds cubes par le poids donné par quelques tables, ou trouvé par le problême ci-dessus; on multipliera le produit par le double du sinus de 60 degrés, & de ce nouveau produit, on ôtera le premier

premier de la pesanteur de l'arc AG, le reste sera la charge que les ceintres doivent porter, & que l'on cherche. Il reste à présent à savoir faire usage de la connoissance de cette charge pour lui proportionner la grosseur & l'arrangement des pieces de bois qui composent les ceintres, afin qu'ils n'en soient pas écrasés avant que la clef de la voûte soient posée.

Observations sur l'arrangement & la composition des ceintres de charpente.

On trouve dans les livres de charpenterie & d'architecture différens arrangemens des pieces de bois qui composent les fermes des ceintres, suivant les différentes grandeurs de leurs parties; on en voit pour presque toutes les grandeurs de voûtes dans le traité des ponts & chaussées de M. Gautier, où l'on peut puiser des idées des arrangemens des pieces qui les composent. Nous ne nous proposons ici que quelques observations générales pour le choix. La premiere, c'est qu'il faut que leur force vienne de l'arrangement des pieces, & non pas de leur assemblage à tenons & mortoises, par des liens & des croix de Saint-André, &c, je veux dire que sans leurs secours, mais seulement par quelques légeres entailles d'embrevement pour appuis, & quelques moises qui assemblent les pieces essentielles sans les affoiblir par des grandes entailles, une ferme de ceintre soit capable de subsister sous le faix dont elle doit être chargée entre les deux fermes collatérales.

La seconde, que l'intervalle de ces fermes doit être proportionné à la pesanteur de la voûte, suivant laquelle elles peuvent être espacées depuis trois jusqu'à six ou sept pieds de milieu en milieu; c'est sur l'intervalle réglé que l'on doit calculer la force des ceintres. La troisieme que l'arrangement des pieces de bois qui composent les ceintres, aussi bien que leur grosseur, peut être différent suivant les largeurs & les épaisseurs des voûtes; lorsque le diametre de la voûte n'est que de deux ou trois toises, on peut se contenter de deux arbaletiers, & de quelques potelets pour soutenir les courbes posés perpendiculairement aux deux pieces droites; si le diametre de la voûte est plus grand jusqu'à 6 ou 7 toises, on peut y ajouter un arbaletier au-dessous de chaque côté, & assembler les quatre dans un poinçon.

Fig. 258. Mais si la voûte est plus large que de 6 à 7 toises, il convient de diviser chaque ferme de ceintre en deux parties par un entrait placé à la hauteur de 45 degrés, comme en GI; premierement, pour le fortifier en cet endroit où l'effort de la charge agit le plus entre la clef & l'imposte; secondement, pour n'être pas obligé d'employer des pieces de bois trop longues, & leur trouver des points d'appui en quelque façon communs à differenres directions, & enfin pour pouvoir lier la partie supérieure à l'inférieure par des moises qui embrassent solidement l'une & l'autre. Nous choisissons ici un exemple de ceintre moyen entre les plus grands & les plus petits, tel que le donne M. Pitot, parce que l'arrangement des pieces en est simple & excellent, ce qu'on peut voir à la fig. 258, pour le plein ceintre, & à la fig. 259, pour le surbaissé. Dans ce dernier on y voit les mêmes pieces qu'au premier, avec cette différence que les seconds arbaletiers KT, *k*V ne pouvant se contrebuter au poinçon, s'arboutent mutuellement aux bouts d'une piece horisontale TV; alors ces arbaletiers perdent leur nom, ils s'appellent décharges.

La partie supérieure d'une ferme de ceintre plein est donc composée de deux arbaletiers KO, EQ de chaque côté du poinçon auquel ils s'assemblent, & où ils sont contrebutés par les deux autres du côté opposé, & de deux courbes GH, HI, qui s'appuient par le moyen des potelets posés quarrément sur les seconds arbaletiers. Cette partie supérieure du ceintre doit porter celle de la voûte qui charge le plus, laquelle est celle que nous avons considérée dans la premiere hypothese comme un seul coin tronqué, qui s'étend en un quart de cercle depuis 45 degrés de hauteur d'un côté jusqu'à l'autre; & comme le coin tend à écarter les parties inférieures, il décharge celles du ceintre de charpente qui doivent servir à les former jusqu'à la hauteur de l'angle de 30 degrés, comme nous l'avons dit ci-devant.

Cependant comme la partie inférieure du ceintre comprise au-dessous de l'entrait doit porter non-seulement la partie supérieure de la voûte jusqu'à ce que la clef y soit posée, & une petite partie au-dessous, mais aussi le poids de la charpente supérieure, elle a besoin d'une plus grande force. Il convient donc qu'elle soit composée d'autant de pieces de bois que la supérieure, lesquelles leur servent d'appui & de base, & qui, par une position moins inclinée à l'horison, auront beaucoup

plus de force que les supérieures correspondantes, quand même elles ne seroient que de même grosseur. Cette différence d'inclinaison & leur position les fait appeller, comme dans la charpente des combles, des *jambes de force*; ainsi à chaque arbaletier il faut une jambe de force pour le soutenir; celle qui est le plus près de la circonférence sert à soutenir les courbes du ceintre par le moyen des potelets posés quarrément, & assemblés à tenons & mortoises, comme dans la partie supérieure au-dessus de l'entrait, ce que la fig. 258 exprime sensiblement. Les autres pieces qui embrassent les courbes, le second & le premier entrait, marquées, *mo*, *mo*, sont des moises composées de deux pieces, une devant, l'autre derriere, échancrées pour serrer les jambes de force & les courbes, & se joindre par le moyen des boulons & des clavettes de fer.

De la force des pieces de bois, tirée de l'expérience.

Une piece de bois mise debout porte autant de poids qu'il en faudroit pour la rompre si elle étoit tirée suivant sa longueur, & l'on a trouvé par des expériences qu'un brin de chêne d'une ligne en quarré peut soutenir 50 livres avant que de se rompre: d'où il suit qu'il peut en porter autant étant posé debout. Je ne trouve pas qu'on ait fait des expériences sur une certaine longueur, mais au contraire qu'on n'y a point d'égard dans le calcul; il me semble cependant qu'une piece de bois bien à plomb & bien longue ne doit pas soutenir le même poids qu'une autre de même grosseur & même position qui seroit très-courte; ma raison est fondée sur la configuration des fibres du bois, qui ne sont pas dirigés en lignes droites depuis le pied jusqu'au sommet: cependant comme l'on n'y a pas trouvé de différence pour la force, & que par le moyen des moises on peut contenir les pieces de bois dans leur situation verticale ou inclinée, je suppose avec ceux qui ont fait des recherches sur la force des bois par plusieurs expériences, qu'on peut n'avoir aucun égard à la longueur des pieces, mais seulement à leur grosseur; c'est pourquoi il suffira de mesurer leur base, & de la réduire en lignes quarrées.

Suivant cette hypothese, ayant mesuré la surface de la base de chaque piece de bois en lignes quarrées, on les multipliera

par 50 livres, & l'on aura la force absolue de chaque piece de bois supposée en situation verticale; mais parce qu'elles sont presque toutes inclinées, on en cherchera la force relative par ce principe de méchanique, par lequel on réunit l'effort de deux puissances, qui tirent ou poussent suivant différentes directions, en une seule qui est exprimée par la diagonale du parallelogramme formé par les côtés qui expriment ces puissances & leurs paralleles, ce qui est connu & démontré dans tous les traités de méchanique. Supposant, par exemple, deux arbaletiers AS, BS (fig. 257), comme deux puissances qui poussent chacune en S avec des forces exprimées par les lignes DS, *d* S, pour soutenir le poids P; si l'on tire par les points D & *d* des paralleles aux directions de ces puissances, qui se couperont en Y, la diagonale SY sera l'expression de l'effort de ces deux puissances réunies au point S, pour soutenir le poids P.

Fig. 257.

Cela supposé, il ne sera pas difficile de faire usage de ce principe pour trouver la force des ceintres des figures 258 & 259, en formant une échelle, comme par exemple *e c l* divisée en un certain nombre de parties égales, qui exprimeront des quantités de livres pesant, en quintaux ou milliers, suivant l'exigence de l'opération d'une grande ou d'une moyenne pesanteur de voûte. Soit (fig. 258) la partie supérieure GHI du ceintre dont il faut chercher la force, on prolongera les directions des arbaletiers FQ, *k q*, qui sont inclinés entre eux, jusqu'à ce qu'ils concourent en R, d'où l'on portera sur chacune de ces lignes le nombre des parties de l'échelle qui expriment leurs forces trouvées comme nous venons de le dire ci-dessus, par exemple, la force de *kq* en R *t*; & parce que les pieces de la courbe HI lui sont à peu près paralleles, on peut en ajouter la force sur la même direction, comme de *t* en T. On prendra de même celle de FQ en R *f*; par les points T & *f*, on menera les lignes TV, *f* V paralleles aux lignes R *f* & RT, lesquelles se rencontreront en V, & l'on tirera de R en V la diagonale RV. On portera ensuite cette diagonale du point *r*, où elle coupe la ligne du milieu CH, en *ru* sur la même diagonale prolongée d'un côté, & sur son égale *r* W de l'autre; puis on achevera le parallelogramme en menant *u y* parallele à *r* W, & W *y* parallele à *ru*; la diagonale *ry* exprimera la force qui résulte de celles des trois pieces QF, *qk* &

Fig. 258.

HI, & des trois autres de l'autre côté GH, K *q* & EQ, c'est-à-dire des deux arbaletiers qui sont l'un sur l'autre de chaque côté, & de la courbe du ceintre qui doit porter les dosses du plancher sur lequel on pose les voussoirs. *Fig. 158.*

Par la même maniere on trouvera la force qui résulte des quatre jambes de force, & des deux jantes des courbes de la partie inférieure au-dessous de l'entrait ; supposant ces pieces F *n*, *k o* inclinées entre elles comme elles doivent l'être, on en prolongera la direction jusqu'à leur point de concours en *e*, puis on portera la force de *n* F en *e* P, mesure prise sur l'échelle, & celle de *ok* en *ep*, suivant la longueur trouvée pour en exprimer la force sur la même échelle ; & parce que la jante BI, ou la courbe du ceintre, lui est à peu près parallele, on ajoutera sa force exprimée en *p m* sur la même direction ; ensuite par les points trouvés P & *m*, on menera PL parallele à *m e*, & *m* L parallele à P*e* pour avoir le parallelogramme L*m e*P, dont la diagonale L*e* exprimera la force réunie de ces trois pieces de bois.

Présentement pour avoir celle qui résulte des trois autres du côté opposé AG, OK, NE, on portera la diagonale L*e* en S*x* sur la même direction prolongée, à commencer au point S, où elle coupe la ligne verticale du milieu SC ; puis faisant SX égale à S*x* & également inclinée, on achevera le parallelogramme SXY*x*, dont la diagonale SY exprimera la force qui résulte des six pieces de bois de la partie inférieure du ceintre ; savoir, des quatre jambes de force, & des deux jantes du ceintre.

Présentement, si l'on ajoute la diagonale de la partie supérieure au dessus de l'entrait avec celle de l'inférieure, on aura la force de toutes les pieces du ceintre qui servent à soutenir la voûte ; car on ne compte point les moises & les potelets, parce que ceux qui soutiennent les parties des courbes s'appuient sur les pieces droites au-dessous, & que les moises ne servent qu'à entretenir l'assemblage des pieces principales sur lesquelles se repose toute la charge des voussoirs avant que la clef y soit mise ; où il faut observer que la partie inférieure, outre la charge de ces voussoirs, doit encore soutenir celle de la charpente de la partie supérieure ; à moins que par la commodité du lieu on ne puisse la renforcer par des étançons qui portent sur le sol, comme l'on fait quelquefois par des pilots plantés dans la riviere, lorsqu'il s'agit d'un pont.

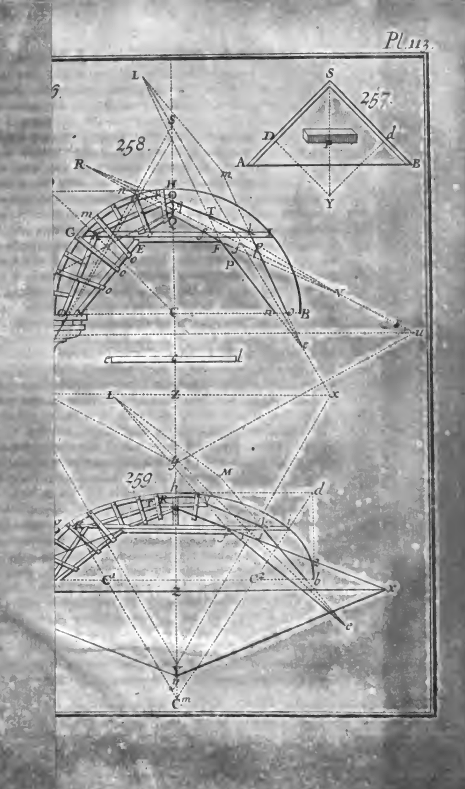
Fig. 259. Lorsque le ceintre est surbaissé, comme à la fig. 259, on operera précisément de la même maniere pour la partie inférieure, qui est au-dessous de l'entrait, comme la figure le fait voir. Il faudroit aussi opérer de même pour la supérieure, si les arbaletiers étoient inclinés entre eux; mais comme on ne peut les faire tous buter contre le poinçon, on fait buter les deux pieces supérieures, qu'on appelle décharges, contre les bouts d'une piece horisontale RV; de sorte que par cette disposition les principales pieces deviennent presque toutes trois paralleles; ainsi prenant le concours au point S, on posera de suite sur la direction Sf les trois mesures des forces de ces pieces; savoir, celle de Sf en S 1, celle de VK en 1, 2, & celle de la courbe *hi* en 2 *x*; puis tirant par *x* l'horisontale *x*X, qui coupera S*y* en Z, on fera SX égale à S*x*, & l'on achevera le parallelogramme SX*yx*, dont la diagonale S*y* exprime la force absolue que l'on cherche pour la partie supérieure de ce ceintre. L'inférieure au-dessous de l'entrait est la même qu'au plein ceintre.

PROBLEME III.

La pesanteur absolue d'une voûte étant donnée, trouver la grosseur de chaque piece de bois qui compose un ceintre suivant un arrangement donné.

Cette proposition est une inverse de la précédente; on prolongera les directions des pieces qui concourent pour en former des parallelogrammes avec des valeurs de forces arbitraires, avec lesquelles on opérera, comme si elles n'étoient pas supposées, ensuite on fera cette analogie: comme la valeur relative d'une diagonale est à la valeur de celle qu'on a donné à une des pieces, ainsi la pesanteur donnée que le ceintre doit porter sera à la force que cette même piece de bois doit avoir, laquelle étant divisée par 50 livres, donnera le nombre des lignes quarrées que la base de la piece doit avoir. La raison en est sensible, en ce que la diagonale étant donnée, la valeur de chaque côté l'est aussi, & les figures de supposition & de réalité étant semblables, leurs côtés & leurs diagonales sont proportionnels.

Il est visible que les opérations de ces deux derniers problêmes, qui roulent sur des triangles où il y a des côtés & des


257.
258.
259.
S
A
B
D
d
Y
L
R
H
G
E
F
I
T
C
B
Z
x
u
e
l
h
V
C'
C²
b
d
e
x
C^m


BIBLIOTECA NAZIONALE • NAPOLI
BIBLIOTECA NAZIONALE • NAPOLI

angles connus, peuvent être faites avec plus de précision par la trigonométrie; mais comme il convient d'augmenter toujours quelque chose aux forces des ceintres par précaution contre les défauts qui se trouvent dans les bois, il suffit de connoître à peu près le nécessaire pour y ajouter ce que la prudence exige pour plus de sûreté, particulierement lorsqu'il y a du risque de la vie des ouvriers & de la perte des matériaux, comme dans les ponts, où il y a encore un autre inconvénient à craindre, qui est celui de combler ou embarrasser le courant de l'eau.

Lorsqu'on a posé la clef d'une voûte, il est certain que les ceintres sont déchargés virtuellement de leur fardeau; mais ils ne le sont pas encore actuellement, & même il n'est pas sûr, lorsque la voûte est d'un grand diametre, qu'elle subsiste en la déceintrant, si on n'a grand soin d'abaisser les ceintres par-tout également, parce que si l'affaissement se fait plutôt d'un côté que de l'autre, la courbe du contour de la doële se change; alors la direction des lits qui lui étoient perpendiculaires ne le sont plus, d'où il résulte qu'ils s'ouvrent en quelques endroits & se resserrent en d'autres, ce qui rompt l'équilibre, par un mouvement qui fait souvent effondrer la voûte, comme on l'a vu arriver dans de grands ouvrages. Il est donc de l'industrie de l'Architecte de faire ensorte, par le moyen des coins, des vis, ou d'autres machines, d'abaisser peu-à-peu les fermes des ceintres & à différentes reprises, pour donner le tems à la maçonnerie de s'afaisser également jusqu'à ce qu'elle se détache entierement des dosses, ensorte qu'on puisse les tirer sans démonter les fermes, parce que si l'on s'appercevoit qu'elle continuât de s'affaisser en quelques endroits, & qu'elle menaçât ruine, on auroit encore les moyens de la démolir pour y apporter remede sans perte de matériaux; c'est le dernier trait de prudence d'un bon Architecte, & le dernier conseil de cet ouvrage, qui a eu pour objet la régularité & la solidité des voûtes, afin qu'elles plaisent par la beauté de leur construction, & qu'elles durent long-tems par le seul artifice de la coupe & de l'arrangement de leurs parties, sans le secours du mortier & du ciment.

FIN DU TRAITE' DE STEREOTOMIE.









